

Лабораторная работа № 4.7

Изучение свободных колебаний оборотного маятника

Принадлежности: 1) оборотный маятник; 2) секундомер.

Цель работы: изучить колебания физического маятника, определить ускорение свободного падения с помощью маятника.

Теоретические сведения.

Каждое тело, подвешенное в точке, лежащей выше его центра масс, может колебаться и представляет собой физический маятник (рис.1).

В положении равновесия физического маятника его центр масс C находится на одной вертикали с точкой подвеса O , но ниже нее. При отклонении маятника от положения равновесия на угол φ возникает вращающий момент силы тяжести, который стремится вернуть маятник в положение равновесия.

Таким образом, **физическим маятником** называется любое тело, подвешенное в точке, лежащей выше его центра масс и совершающее колебания под действием силы тяжести.

Период колебаний физического маятника

определяется выражением

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}} \quad (1)$$

Здесь I – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через точку подвеса O (рис.1), m - масса маятника, g - ускорение свободного падения, l - расстояние от точки подвеса O до центра масс C маятника.

Математическим маятником называют идеализированную систему, состоящую из материальной точки, подвешенной на невесомой и нерастяжимой нити. Хорошим приближением может служить небольшой тяжелый шарик, подвешенный на длинной тонкой нити.

Из сопоставления формулы (1) с формулой для периода колебаний математического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (2)$$

вытекает, что величина $I/(ml)$ измеряется в единицах длины, а математический маятник с длиной

$$l_{\text{пр}} = I/(ml) \quad (3)$$

будет иметь такой же период колебаний, что и данный физический маятник.

Величину $l_{\text{пр}}$ называют **приведенной длиной** физического маятника.

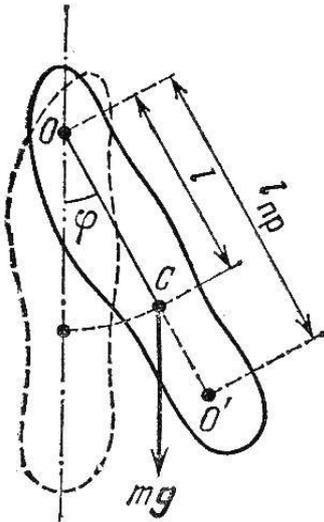


Рис. 1.

Точка O' на прямой, соединяющей точку подвеса с центром масс, лежащая на расстоянии приведенной длины $l_{пр}$ от оси подвеса, называется **центром качаний** физического маятника (рис.1).

Во всяком физическом маятнике при последовательном подвешивании маятника за точку подвеса или центр качания период его колебаний остается одним и тем же.

Это свойство называется свойством **сопряженности** или **взаимности** центра качаний и точки подвеса.

Доказательство свойства взаимности точки подвеса и центра качаний.

Момент инерции I маятника относительно оси, проходящей через точку подвеса O по теореме о моментах инерции (теореме о параллельных осях) может быть представлен в виде

$$I = I_C + ml^2, \quad (4)$$

где I_C – момент инерции относительно оси, параллельной оси подвеса и проходящей через центр масс маятника. Подставив это выражение в (3), получим, что

$$l_{пр} = \frac{I_C}{ml} + l \quad (5)$$

Подвесим теперь маятник в центре качания O' . Приведенная длина в этом случае будет равна

$$l'_{пр} = \frac{I_C}{ml'} + l' \quad (6)$$

где l' – расстояние от первоначального центра качаний (от точки O') до центра масс маятника. Учитывая, что $l' = l_{пр} - l$, и проделав алгебраические преобразования, выражение (6) преобразуем следующим образом

$$l'_{пр} = \frac{I_C}{m(l_{пр} - l)} + (l_{пр} - l) = l_{пр} + \frac{1}{m(l_{пр} - l)} [(I_C + ml^2) - mll_{пр}]. \quad (7)$$

Выражение в квадратных скобках равно нулю. Действительно, из (3) и (4) следует

$$I_C + ml^2 = I = mll_{пр}.$$

Следовательно, $l'_{пр} = l_{пр}$, т.е. при подвешивании маятника в центре качаний приведенная длина, а значит, и период колебаний будут теми же, что и прежде. Говорят, что **точка подвеса и центр качания обладают свойством взаимности**: при переносе точки подвеса в центр качания прежняя точка подвеса становится центром качания.

На этом свойстве основано определение ускорения свободного падения с помощью так называемого **оборотного маятника**.

Оборотным маятником (рис.2) называется такой маятник, у которого имеются две параллельные друг другу, **закрепленные** вблизи его концов **опорные призмы** B , за которые он может поочередно подвешиваться. Вдоль маятника могут перемещаться и закрепляться на нем тяжелые грузы C, D .

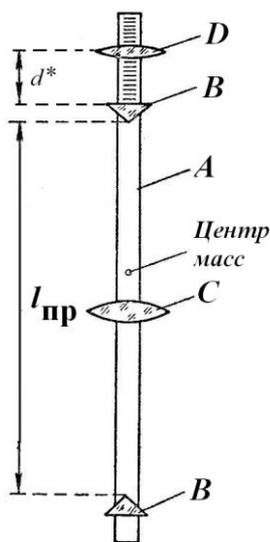


Рис. 2.

Перемещением грузов добиваются, чтобы при подвешивании маятника на любую из призм период колебаний был одинаков. Тогда расстояние между опорными ребрами призм будет равно $l_{пр}$. Измеряя период колебаний маятника, и зная $l_{пр}$, можно по формуле

$$T^{\otimes} = 2\pi \sqrt{\frac{l_{\text{пр}}}{g}}$$

найти ускорение свободного падения g .

$$g = \frac{4\pi^2}{(T^{\otimes})^2} l_{\text{пр}}. \quad (8)$$

Описание прибора.

Оборотный маятник состоит из металлического стержня A , на поверхности которого нанесены деления шкалы.

На стержне **жестко закрепляются и не передвигаются две опорные призмы B** . Расстояние между призмами постоянно, его значение можно определить по сантиметровым делениям. **Жестко закрепляется также и груз C** , находящийся между ними.

Изменять положение опорных призм B и груза C **запрещается**.

Второй груз D находится на конце стержня и может перемещаться по шкале и закрепляться в нужном положении.

Измерения.

Необходимо найти такое положение подвижного груза D , при котором будут одинаковы периоды колебаний в прямом и перевернутом положениях маятника. Для этого:

1. Ставят маятник на одну из призм. Груз D последовательно закрепляют на расстоянии 2, 2,5 и 3 делений (сантиметров) шкалы, отсчитанных от основания ближайшей к грузу призмы. Пользуясь секундомером, определяют периоды колебаний маятника для различных положений груза D на шкале. Каждый период определяется трижды из большого числа колебаний (20 – 30 колебаний), каждый раз пользуются средним арифметическим значением.

2. Затем строят график зависимости периода колебаний от положения груза на стержне маятника, откладывая по оси абсцисс деление шкалы, указывающее положение груза, а по оси ординат величину периода колебаний.

3. После этого переворачивают маятник и заставляют его колебаться на другой опорной призме. Вновь совершенно так же измеряют периоды колебаний с тем же числом измерений. Результаты измерений представляют в виде второго графика на том же рисунке и тех же координатных осях.

4. Точка пересечения кривых определяет местоположение d^* подвижного груза D , которое дает наиболее близкие друг к другу значения периодов.

5. Поставив груз D в это найденное по графику положение, с наибольшей тщательностью определяют периоды колебаний в прямом и перевернутом положении.

6. Когда периоды колебаний маятника на обеих призмах совпадут, по этому значению периода T^* , пользуясь формулой (8), определяют величину ускорения силы тяжести.

Выполнение работы требует внимания и тщательности. Недопустимы колебания маятника с углом отклонения большим, чем 4° .

№	$l_{пр}$	Положение D	d	$T_{ср}$	d^*	T^*	g
		Груз D вверху	2 см				
			2,5 см				
			3 см				
		Груз D внизу	2 см				
			2,5 см				
			3 см				

Контрольные вопросы.

1. Что называется приведенной длиной физического маятника?
2. Что называется центром качаний маятника?
3. В чем состоит свойство взаимности точки подвеса и центра качаний?
Докажите это свойство.
4. На чем основан метод обратного маятника?

Литература.

1. І. М. Кучерук та ін. Загальний курс фізики. Т.1. К. 1999.
2. И. В. Савельев. Курс физики. Т.2 . М. 1989.
3. И.П.Гаркуша, В.П.Куриной. Физика. Ч.1 . Механика. Д. НГУ, 2012