

## Лабораторная работа № 4.7

### Изучение свободных колебаний оборотного маятника

**Принадлежности:** 1) оборотный маятник; 2) секундомер.

**Цель работы:** изучить колебания физического маятника, определить ускорение свободного падения с помощью маятника.

#### Теоретические сведения.

Каждое тело, подвешенное в точке, лежащей выше его центра масс, может колебаться и представляет собой физический маятник (рис.1).

В положении равновесия физического маятника его центр масс  $C$  находится на одной вертикали с точкой подвеса  $O$ , но ниже нее. При отклонении маятника от положения равновесия на угол  $\varphi$  возникает вращающий момент силы тяжести, который стремится вернуть маятник в положение равновесия.

Таким образом, **физическим маятником** называется любое тело, подвешенное в точке, лежащей выше его центра масс и совершающее колебания под действием силы тяжести.

Период колебаний физического маятника

определяется выражением

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}} \quad (1)$$

Здесь  $I$  – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через точку подвеса  $O$  (рис.1),  $m$  – масса маятника,  $g$  – ускорение свободного падения,  $l$  – расстояние от точки подвеса  $O$  до центра масс  $C$  маятника.

**Математическим маятником** называют идеализированную систему, состоящую из материальной точки, подвешенной на невесомой и нерастяжимой нити. Хорошим приближением может служить небольшой тяжелый шарик, подвешенный на длинной тонкой нити.

Из сопоставления формулы (1) с формулой для периода колебаний математического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (2)$$

вытекает, что величина  $I/(ml)$  измеряется в единицах длины, а математический маятник с длиной

$$l_{\text{пр}} = I/(ml) \quad (3)$$

будет иметь такой же период колебаний, что и данный физический маятник.

Величину  $l_{\text{пр}}$  называют **приведенной длиной** физического маятника.

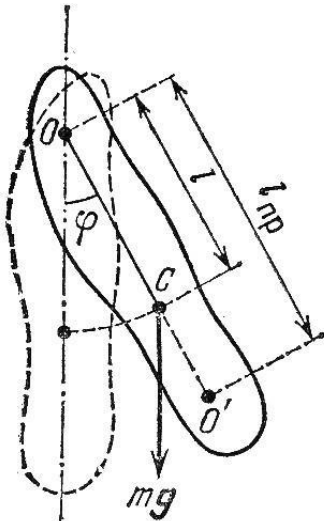


Рис. 1.

Точка  $O'$  на прямой, соединяющей точку подвеса с центром масс, лежащая на расстоянии приведенной длины  $l_{пр}$  от оси подвеса, называется **центром качаний** физического маятника (рис.1).

Во всяком физическом маятнике при последовательном подвешивании маятника за точку подвеса или центр качания период его колебаний остается одним и тем же.

Это свойство называется свойством **сопряженности** или **взаимности** центра качаний и точки подвеса.

#### Доказательство свойства взаимности точки подвеса и центра качаний.

Момент инерции  $I$  маятника относительно оси, проходящей через точку подвеса  $O$  по теореме о моментах инерции (теореме о параллельных осях) может быть представлен в виде

$$I = I_C + ml^2, \quad (4)$$

где  $I_C$  – момент инерции относительно оси, параллельной оси подвеса и проходящей через центр масс маятника. Подставив это выражение в (3), получим, что

$$l_{пр} = \frac{I_C}{ml} + l \quad (5)$$

Подвесим теперь маятник в центре качания  $O'$ . Приведенная длина в этом случае будет равна

$$l'_{пр} = \frac{I_C}{ml'} + l' \quad (6)$$

где  $l'$  – расстояние от первоначального центра качаний (от точки  $O'$ ) до центра масс маятника. Учитывая, что  $l' = l_{пр} - l$ , и проделав алгебраические преобразования, выражение (6) преобразуем следующим образом

$$l'_{пр} = \frac{I_C}{m(l_{пр} - l)} + (l_{пр} - l) = l_{пр} + \frac{1}{m(l_{пр} - l)} [(I_C + ml^2) - mll_{пр}]. \quad (7)$$

Выражение в квадратных скобках равно нулю. Действительно, из (3) и (4) следует

$$I_C + ml^2 = I = mll_{пр}.$$

Следовательно,  $l'_{пр} = l_{пр}$ , т.е. при подвешивании маятника в центре качаний приведенная длина, а значит, и период колебаний будут теми же, что и прежде. Говорят, что **точка подвеса и центр качания обладают свойством взаимности**: при переносе точки подвеса в центр качания прежняя точка подвеса становится центром качания.

На этом свойстве основано определение ускорения свободного падения с помощью так называемого **оборотного маятника**.

**Оборотным маятником** (рис.2) называется такой маятник, у которого имеются две параллельные друг другу, **закрепленные** вблизи его концов **опорные призмы**  $B$ , за которые он может поочередно подвешиваться. Вдоль маятника могут перемещаться и закрепляться на нем тяжелые грузы  $C, D$ .

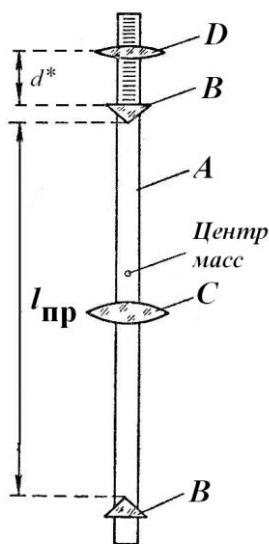


Рис. 2.

Перемещением грузов добиваются, чтобы при подвешивании маятника на любую из призм период колебаний был одинаков. Тогда расстояние между опорными ребрами призм будет равно  $l_{пр}$ . Измеряя период колебаний маятника, и зная  $l_{пр.}$ , можно по формуле

$$T^{\otimes} = 2\pi \sqrt{\frac{l_{\text{пр}}}{g}}$$

найти ускорение свободного падения  $g$ .

$$g = \frac{4\pi^2}{(T^{\otimes})^2} l_{\text{пр}}. \quad (8)$$

### **Описание прибора.**

Оборотный маятник состоит из металлического стержня  $A$ , на поверхности которого нанесены деления шкалы.

На стержне **жестко закрепляются и не передвигаются две опорные призмы  $B$** . Расстояние между призмами постоянно, его значение можно определить по сантиметровым делениям. **Жестко закрепляется также и груз  $C$** , находящийся между ними.

Изменять положение опорных призм  $B$  и груза  $C$  **запрещается**.

Второй груз  $D$  находится на конце стержня и может перемещаться по шкале и закрепляться в нужном положении.

### **Измерения.**

Необходимо найти такое положение подвижного груза  $D$ , при котором будут одинаковы периоды колебаний в прямом и перевернутом положениях маятника. Для этого:

1. Ставят маятник на одну из призм. Груз  $D$  последовательно закрепляют на расстоянии 2, 2,5 и 3 делений (сантиметров) шкалы, отсчитанных от основания ближайшей к грузу призмы. Пользуясь секундомером, определяют периоды колебаний маятника для различных положений груза  $D$  на шкале. Каждый период определяется трижды из большого числа колебаний (20 – 30 колебаний), каждый раз пользуются средним арифметическим значением.

2. Затем строят график зависимости периода колебаний от положения груза на стержне маятника, откладывая по оси абсцисс деление шкалы, указывающее положение груза, а по оси ординат величину периода колебаний.

3. После этого переворачивают маятник и заставляют его колебаться на другой опорной призме. Вновь совершенно так же измеряют периоды колебаний с тем же числом измерений. Результаты измерений представляют в виде второго графика на том же рисунке и тех же координатных осях.

4. Точка пересечения кривых определяет местоположение  $d^*$  подвижного груза  $D$ , которое дает наиболее близкие друг к другу значения периодов.

5. Поставив груз  $D$  в это найденное по графику положение, с наибольшей тщательностью определяют периоды колебаний в прямом и перевернутом положении.

6. Когда периоды колебаний маятника на обеих призмах совпадут, по этому значению периода  $T^*$ , пользуясь формулой (8), определяют величину ускорения силы тяжести.

Выполнение работы требует внимания и тщательности. Недопустимы колебания маятника с углом отклонения большим, чем  $4^\circ$ .

№	$l_{\text{пр}}$	Положение $D$	$d$	$T_{\text{ср}}$	$d^*$	$T^*$	$g$
		Груз $D$ вверху	2 см				
			2,5 см				
			3 см				
		Груз $D$ внизу	2 см				
			2,5 см				
			3 см				

### **Контрольные вопросы.**

1. Что называется приведенной длиной физического маятника?
2. Что называется центром качаний маятника?
3. В чем состоит свойство взаимности точки подвеса и центра качаний?  
Докажите это свойство.
4. На чем основан метод обратного маятника?

### **Литература.**

1. І. М. Кучерук та ін. Загальний курс фізики. Т.1. К. 1999.
2. И. В. Савельев. Курс физики. Т.2 . М. 1989.
3. И.П.Гаркуша, В.П.Куриной. Физика. Ч.1 . Механика. Д. НГУ, 2012